Geometria III (C.I.)
2013-2014
Sergio Venturini

- ***Curve nello spazio euclideo***
  - Curve o cammini parametrizzati. Equivalenza geometrica. Curve parametrizzate orientate.
  - Lunghezza di un cammino. Curve parametrizzate d'arco. Equivalenza tra regolarità ed esistenza di una parametrizzazione d'arco.
  - La curvatura di cammini piani: caso cartesiano, parametrico ed implicito.
- ***La teoria di Frenet.***
  - Curvature di ordine superiore di una curva in $\mathbb{R}^n$.
  - Curvatura e torsione di una curva nello spazio ordinario.
  - Equivalenza tra l'esistenza di una decomposizione QR di una matrice ed il processo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.
  - Sistema di riferimento di Frenet.
  - Matrice di Frenet e formule di Frenet per una curva in $\mathbb{R}^n$.
  - Invarianza delle curvature per isometrie dello spazio ambiente.
  - Esistenza ed unicità a meno di isometrie di una curva con velocità e curvature assegnate.
  - Elementi di Frenet nel piano e nello spazio ordinario. La matrice R e la sua inversa. Studio locale di una curva nello spazio ordinario.
- ***La teoria delle ipersuperfici in*** $\mathbb{R}^n$***.***
  - Ipersuperfici in $\mathbb{R}^n$. Equazione di una ipersuperficie.
  - Ipersuperfici orientate. Mappa di Gauss di una superficie orientata. Equazioni compatibili con una orientazione.
  - Spazio tangente ad una ipersuperficie. Indipendenza dello spazio tangente dall'equazione che definisce la ipersuperficie.
  - La prima e seconda forma fondamentale di una ipersuperficie.
  - Curvature e direzioni principali di una ipersuperficie. Curvatura media e totale (o di Gauss) di una ipersuperficie.
- ***La teoria delle superfici in*** $\mathbb{R}^3$***.***
  - Classificazione dei punti di una superficie.
  - Curvatura totale e media di superfici in forma implicita.

  - Superfici in forma parametrica. Calcolo dei coefficienti di Gauss della prima e seconda forma fondamentale e relative curvature
  - La curvatura normale. Teoremi di Meusnier e di Eulero.
  - Centri di curvatura normale. Centri e raggio di curvatura di sezioni di una superficie con un piano.
  - Isometrie ed isometrie locali tra superfici. Caratterizzazione delle isometrie tramite parametrizzazioni.
  - Le superfici localmente isometriche al piano hanno curvatura totale nulla.
  - Invarianza della curvatura totale delle superfici per isometrie (solo enunciato).
- ***La teoria delle sottovarietà di $\mathbb{R}^n$.***
  - Criteri di divisibilità per funzioni differenziabili con differenziale non nullo.
  - Applicazioni differenziabili su sottoinsiemi di $\mathbb{R}^n$ come restrizioni locali di applicazioni differenziabili definite nello spazio ambiente. Diffeomorfismi.
  - Spazio tangente e differenziale di un'applicazione differenziabile.
  - Varietà differenziabili di dimensione k come sottoinsiemi diffeomorfi ad aperti di $\mathbb{R}^k$.
  - Caratterizzazione dei diffeomorfismi locali definiti su aperti di $\mathbb{R}^k$.
  - Curve parametriche e sottovarietà di dimensione 1.
  - Le superfici sono sottovarietà di dimensione 2.
  - Differenziale della mappa di Gauss di una ipersuperficie e seconda forma fondamentale.
- ***Argomenti scelti.***
  - Una curva è contenuta in un sottospazio affine di dimensione j se, e solo se, la j-esima curvatura è identicamente nulla.
  - Caratterizzazione dei cammini piani a curvatura costante.
  - Caratterizzazione delle eliche nello spazio ordinario.
  - Caratterizzazione delle curve sferiche.
  - Criteri di esistenza di eliche su superfici nello spazio ordinario.
  - Superfici di rotazione: calcolo della prima e seconda forma fondamentale e relative curvature.
  - Superfici di rotazione: esistenza di parametrizzazioni conformi.
  - Caratterizzazione delle superfici a punti ombelicali.